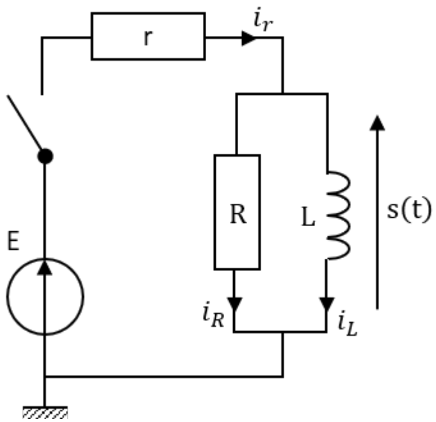
Électrocinétique | Chapitre 2 | TD (E2)

Exercice n°1 • Circuit RL en dérivation *cours*

On considère le circuit ci-après. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1) Quelle relation existe-t-il entre i_R et s, ainsi qu'entre i_L et s ?

2) Déterminer les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t = 0^-$.

3) Déterminer les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t = 0^+$.

4) Déterminer le circuit équivalent lorsque $t \to +\infty$. En déduire les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t = +\infty$.

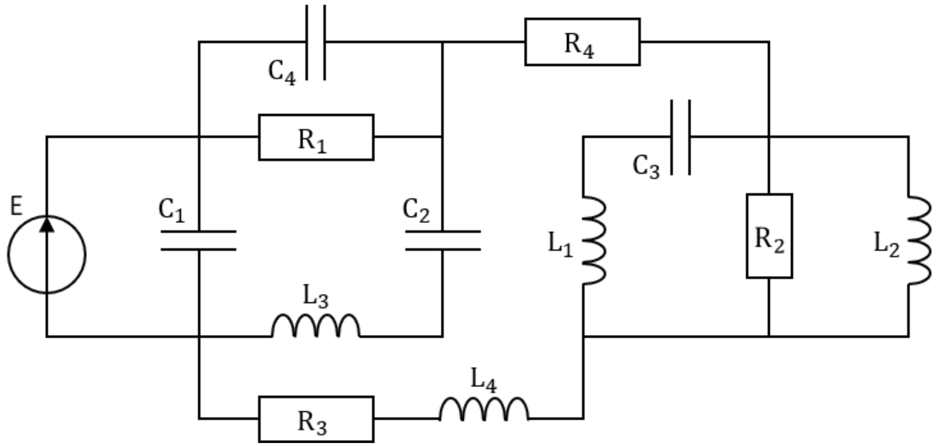
5) Montrer que $s(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau} = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{(r+R)\,L}{rR}$$

6) Donner la solution complète de cette équation.

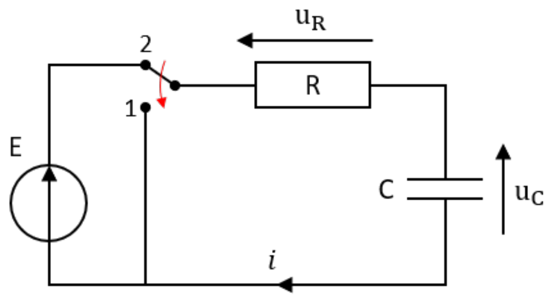
Exercice n°2 • Circuit équivalent ★☆☆

Déterminer le circuit équivalent lorsque $t \to +\infty$ du circuit ci-dessous.



Exercice n°3 • Circuit RC série en régime libre ★★☆

On appelle **régime libre** un régime où le système n'est soumis à aucune excitation extérieure (ici, pas de générateur).
On reprend l'étude du circuit RC série vu en cours. À $t = 0$, on bascule l'interrupteur de la position 2 à la position 1.



1) Déterminer les valeurs de u_R, u_C et i en $t = 0^-$, $t = 0^+$ et $t = +\infty$.

2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_C\,(t)$. La mettre sous forme canonique. La résoudre.

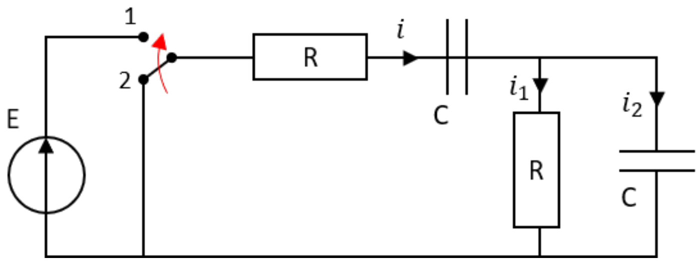
3) Effectuer un bilan énergétique et l'interpréter physiquement.

Exercice n°4 • Conditions initiales et d'équilibre ★★☆

On considère le circuit de la figure ci-dessous. Pour $t < 0$, l'interrupteur K est dans la position 2 et les deux condensateurs (de même capacité C) sont déchargés.

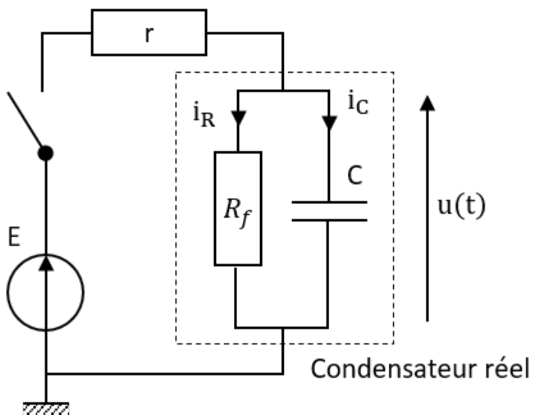
1) À la date $t = 0$, K bascule de la position 2 à la position 1. Déterminer les valeurs des intensités i, i_1 et i_2 en $t = 0^+$.

2) Au bout d'un temps T très long, l'interrupteur K bascule à nouveau et revient en position 2. Déterminer les valeurs des intensités i, i_1 et i_2 aussitôt après le basculement de K, puis lorsque le nouveau régime permanent est atteint.



Exercice n°5 • Étude d'un condensateur réel ★★☆

Un condensateur réel peut être modélisé par un condensateur parfait en dérivation avec une résistance R_f, appelée résistance de fuite.
On souhaite mesurer expérimentalement la valeur de R_f. Pour cela, on mesure au voltmètre (supposé parfait) la tension aux bornes du condensateur.



1) Quelle relation existe-t-il entre i_R et u, ainsi qu'entre i_C et u ?

Une première méthode consiste à fermer l'interrupteur et attendre un temps suffisamment long pour que le circuit atteigne un régime stationnaire.

2) Déterminer le circuit équivalent dans ce régime stationnaire.

3) En régime stationnaire, montrer que :

$$u = \frac{R_f}{R_f + r} E$$

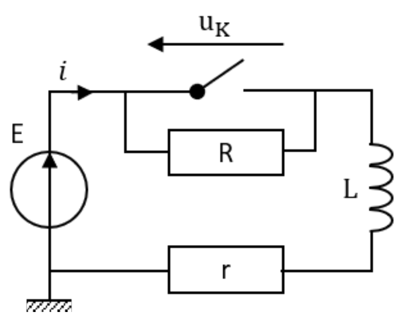
En pratique, $R_f \gg r$. Il n'est donc pas possible de déterminer R_f avec cette méthode. Une deuxième méthode consiste alors à ouvrir l'interrupteur (le régime stationnaire précédent est établi). On constate que la tension $u(t)$ chute de 10 % en un temps T.

4) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ lorsque l'interrupteur est ouvert. La résoudre.

5) Exprimer R_f en fonction de T.

Exercice n°6 • Étincelle de rupture ★★☆

On considère le circuit ci-dessous. Initialement, l'interrupteur est fermé et on considère le régime permanent atteint. À $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.



1) Quelle est la valeur $i(0^-)$ dans la phase initiale avec l'interrupteur fermé ? En déduire l'intensité $i_0 = i(0^+)$ juste après l'ouverture de l'interrupteur.

2) On se place en $t > 0$. Simplifier le circuit en faisant apparaître une résistance équivalente R_{eq} que l'on exprimera en fonction de R et r.

3) Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. Faire apparaître une constante de temps τ à exprimer en fonction de R_{eq} et L.

4) Résoudre cette équation différentielle.

5) Déterminer puis tracer la tension $u_K(t)$ aux bornes de l'interrupteur. Calculer $u_K(0^+)$. Que vaut cette tension dans la limite où $R \gg r$?

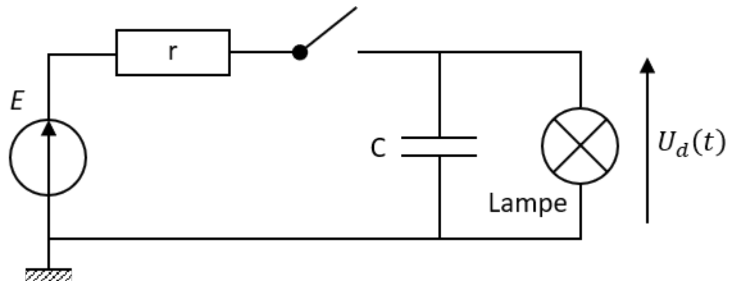
6) Faire l'application numérique. On donne : $L = 3$ mH, $r = 3\ \Omega$, $E = 12$ V et $R = 10$ kΩ. Commenter. Quel phénomène observe-t-on en pratique ?

Exercice n°7 • Lampe à décharge ★★☆

Une lampe à décharge, dont la tension entre ses bornes est notée $U_d(t)$, possède les caractéristiques suivantes :

- Si la lampe est éteinte, elle se comporte comme une résistance infinie et reste éteinte tant que $|U_d(t)| < U_a$, où U_a est appelée tension d'allumage.
- Si la lampe est allumée, elle se comporte comme une résistance de valeur R_d et reste allumée tant que $|U_d(t)| > U_e$, où U_e est appelée tension d'extinction.

On suppose qu'à $t < 0$, le condensateur est déchargé et l'interrupteur ouvert. À $t = 0$, on ferme ce dernier.



1) Établir l'équation différentielle vérifiée par $U_d(t)$ juste après fermeture de l'interrupteur.

2) Donner une condition sur la fem E pour que la lampe s'allume. Si cette condition est vérifiée, exprimer le temps d'allumage T_a.

3) Quelle équation différentielle vérifiée par $U_d(t)$ juste après T_a ? La résoudre.

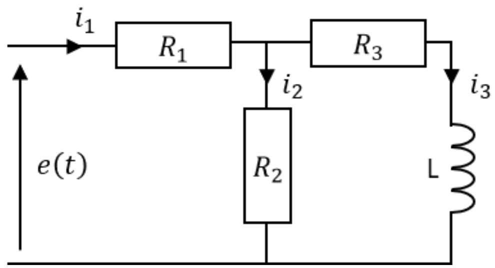
4) Sous quelle condition la lampe s'éteint spontanément ? À quel temps T_e cela se produit-il ?

5) Décrire qualitativement ce qu'il se passe ensuite.

Exercice n°8 • Circuits du premier ordre à 2 mailles ★★★

La tension $e(t)$ est un échelon variant de 0 à E en $t = 0$. On admet que pour $t < 0$, aucun courant ne circule dans le circuit.
On pose :

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \qquad \tau = \frac{L}{R_0 + R_3}$$



Les différentes expressions demandées pourront être exprimées en fonction des résultats précédemment établis.

1) Déterminer les expressions des intensités en régime permanent.

2) Déterminer les évolutions temporelles des intensités des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$.

3) Tracer l'allure des courbes représentatives de $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ dans le cas où $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

4) Déterminer l'énergie emmagasinée dans la bobine à l'issue de la charge.

Éléments de correction

❶ Cf. cours. ❷ Cf. correction. ❸ 1) $i(0^-) = 0$, $u_R(0^-) = 0$, $u_C(0^-) = E$, $u_C(0^+) = E$, $u_R(0^+) = -E$, $i(0^+) = -E/R$, $i(+\infty) = 0$, $u_R(+\infty) = 0$, $u_C(+\infty) = 0$. 2) $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{u_C}{\tau} = 0$ avec $\tau = RC$. Solution : $u_C(t) = E\, e^{-t/\tau}$. 3) $0 = Ri^2 + \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}Cu_C^2\right)$. ❹ 1) $i(0^+) = i_2(0^+) = \dfrac{E}{R}$ et $i_1(0^+) = 0$. 2) $i(T^-) = i_1(T^-) = i_2(T^-) = 0$, $i(T^+) = -\dfrac{E}{R}$, $i_1(T^+) = 0$, $i_2(T^+) = -\dfrac{E}{R}$ et $i(+\infty) = i_1(+\infty) = i_2(+\infty) = 0$. ❺ 1) $u = R_f\, i_R$ et $i_C = C\dfrac{du}{dt}$. 3) Pont diviseur de tension. 4) $u(t) = \dfrac{R_f}{R_f + r}E\, e^{-t/R_f C}$. 5) $R_f = -\dfrac{T}{C\,\ln(0.9)}$. ❻ 1) $i(0^-) = i(0^+) = \dfrac{E}{r}$. 2) $R_{eq} = R + r$. 3) $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{\tau} = \dfrac{E}{L}$ avec $\tau = \dfrac{L}{R_{eq}}$. 4) $i(t) = \dfrac{E}{R_{eq}}\left(1 + \dfrac{R}{r}e^{-t/\tau}\right)$. 5) $u_K(t) = \dfrac{R}{R_{eq}}E\left(1 + \dfrac{R}{r}e^{-t/\tau}\right)$ et $u_K(0^+) = \dfrac{R}{r}E$. 6) $u_K(0^+) = 40$ kV. Arc électrique. ❼ 1) $\dfrac{dU_d}{dt} + \dfrac{U_d}{\tau_1} = \dfrac{E}{\tau_1}$ avec $\tau_1 = rC$. 2) $E > U_a$ et $T_a = \tau_1 \cdot \ln\left(\dfrac{E}{E - U_a}\right)$. 3) $\dfrac{dU_d}{dt} + \dfrac{U_d}{\tau_2} = \dfrac{E}{\tau_1}$ avec $\tau_2 = \dfrac{\tau_1}{1 + r/R_d}$. 4)

$U_d(t) = \left(U_a - \dfrac{E}{1+r/R_d}\right) e^{-t/\tau_2} + \dfrac{E}{1+r/R_d}$ et $T_e = \tau_2 \cdot \ln\left(\frac{U_a - \frac{E}{1+r/R_d}}{U_e - \frac{E}{1+r/R_d}}\right)$. 5) Succession de flashs lumineux. ❽ 1) $i_1(+\infty) = \dfrac{E}{R_{eq}}$, $i_2(+\infty) = \dfrac{R_3}{R_2+R_3} i_1(+\infty)$ et $i_3(+\infty) = \dfrac{R_2}{R_2+R_3} i_1(+\infty)$. 2) $i_3(t) = i_3(+\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, $i_2(t) = i_3(+\infty) \cdot \left(\dfrac{R_3}{R_2} + \dfrac{R_0}{R_2}\, e^{-t/\tau}\right)$ et $i_1(t) = i_3(+\infty) \cdot \left(1 + \dfrac{R_3}{R_2} + \left(\dfrac{R_0}{R_2} - 1\right) e^{-t/\tau}\right)$. 3) $i_3(t) = \dfrac{E}{3R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, $i_2(t) = \dfrac{E}{3R}\left(1 + \dfrac{1}{2} e^{-t/\tau}\right)$ et $i_1(t) = \dfrac{E}{3R}\left(2 - \dfrac{1}{2} e^{-t/\tau}\right)$. 4) $\mathcal{E}_{\text{mag}} = \dfrac{1}{2} L\, i_3^2(+\infty)$.